



Conference: Interdisciplinary Congress of Renewable Energies, Industrial Maintenance, Mechatronics
and Information Technology
BOOKLET



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Simulación del Modelo Matemático de la Cinemática Diferencial de Robots
Seriales Planos Configuración RRR y RPR.

Authors: MARTÍNEZ-ZAMUDIO, Patricio, GONZALEZ-VILLELA, Víctor J. y LEON-NUÑEZ, Héctor .

Editorial label ECORFAN: 607-8695
BCIERMMI Control Number: 2019-225
BCIERMMI Classification (2019): 241019-225

Pages: 13
RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.
143 – 50 Itzopan Street
La Florida, Ecatepec Municipality
Mexico State, 55120 Zipcode
Phone: +52 1 55 6159 2296
Skype: ecorfan-mexico.s.c.
E-mail: contacto@ecorfan.org
Facebook: ECORFAN-México S. C.
Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings		
Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

Introducción

En general los robots manipuladores pueden ser:

- Seriales
- Paralelos
- Híbridos

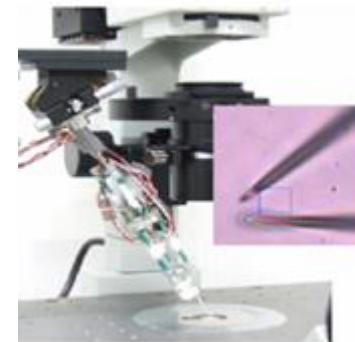
Los robots paralelos tienen características muy importantes como son la rapidez, la precisión, y la carga que pueden soportar, el inconveniente, es que su espacio de trabajo es muy reducido.



Robot serial



Robot paralelo



Robot híbrido

Cinemática Diferencial Manipulador Serial

El manipular se encuentra compuesto por tres articulaciones rotacionales y tres eslabones. Cada articulación posee un actuador rotacional que genera el movimiento (x,y,θ) , donde θ es una rotación del efector final sobre el eje z . Para encontrar las ecuaciones que describen la posición se utiliza la metodología de Denavit-Hartenberg (Cruz 2007).

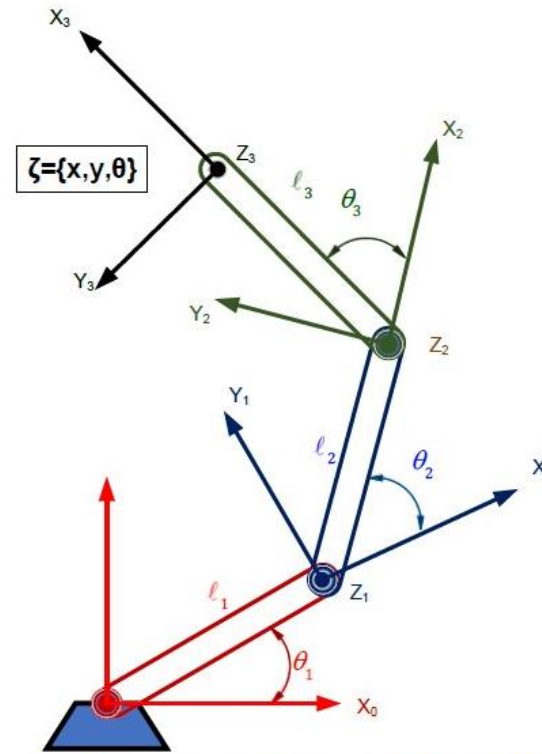


Figura 1 Postura del manipulador RRR

i	θ_i	d	a_i	α_i
1	θ_1	0	l_1	0
2	θ_2	0	l_2	0
3	θ_3	0	l_3	0

Tabla 1 Parámetros D-H manipulador RRR

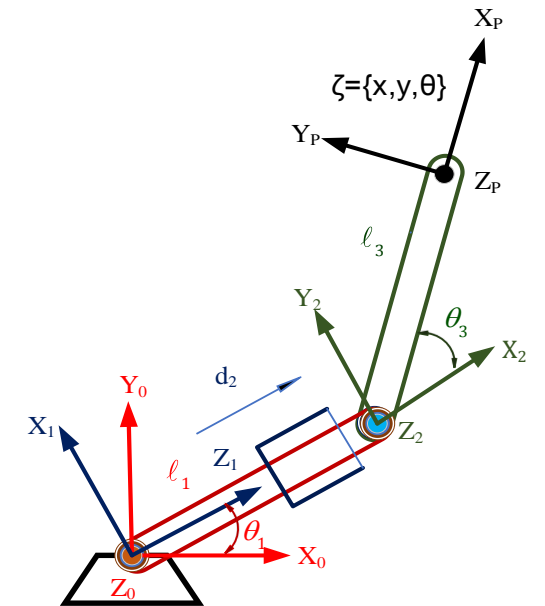
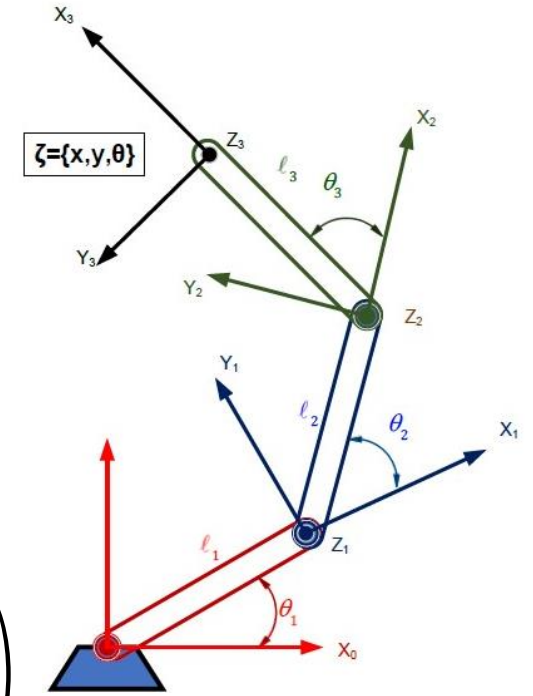


Figura 2 Postura del manipulador RPR

Matriz de Transformación

La matriz de transformación que describe la posición del manipulador es la siguiente:

$$A_3^0 = \begin{pmatrix} \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & -\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & \cos(\theta_1)\ell_1 + \cos(\theta_1 + \theta_2)\ell_2 + \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\ell_3 \\ \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) & 0 & \sin(\theta_1)\ell_1 + \sin(\theta_1 + \theta_2)\ell_2 + \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\ell_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Se utiliza el vector de posición que se extrae de la matriz de transformación que describe la posición del manipulador serial *RRR*

$$X = C(\theta_1)\ell_1 + C(\theta_1 + \theta_2)\ell_2 + C(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\ell_3 \quad (24)$$

$$Y = S(\theta_1)\ell_1 + S(\theta_1 + \theta_2)\ell_2 + S(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)\ell_3 \quad (25)$$

$$J = \frac{D(x, y, z)}{D(u, v, w)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & \frac{\partial x}{\partial w} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & \frac{\partial y}{\partial w} \\ \frac{\partial z}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial v} & \frac{\partial z}{\partial w} \end{vmatrix}$$

Matriz Omega Assimétrica

$$\Omega_3^0 = \dot{R}_3^0 \cdot R_3^{0T}$$

$$\Omega_3^0 = \begin{bmatrix} 0 & -\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 & 0 \\ \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_z & \Omega_y \\ \Omega_z & 0 & -\Omega_x \\ -\Omega_y & \Omega_x & 0 \end{bmatrix}$$

Jacobiano del Manipulador *RRR*

La matriz jacobiana del manipulador *RRR* es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \theta_1} & \frac{\partial x}{\partial \theta_2} & \frac{\partial x}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta_1} & \frac{\partial y}{\partial \theta_2} & \frac{\partial y}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial z}{\partial \theta_1} & \frac{\partial z}{\partial \theta_2} & \frac{\partial z}{\partial \theta_3} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix}$$

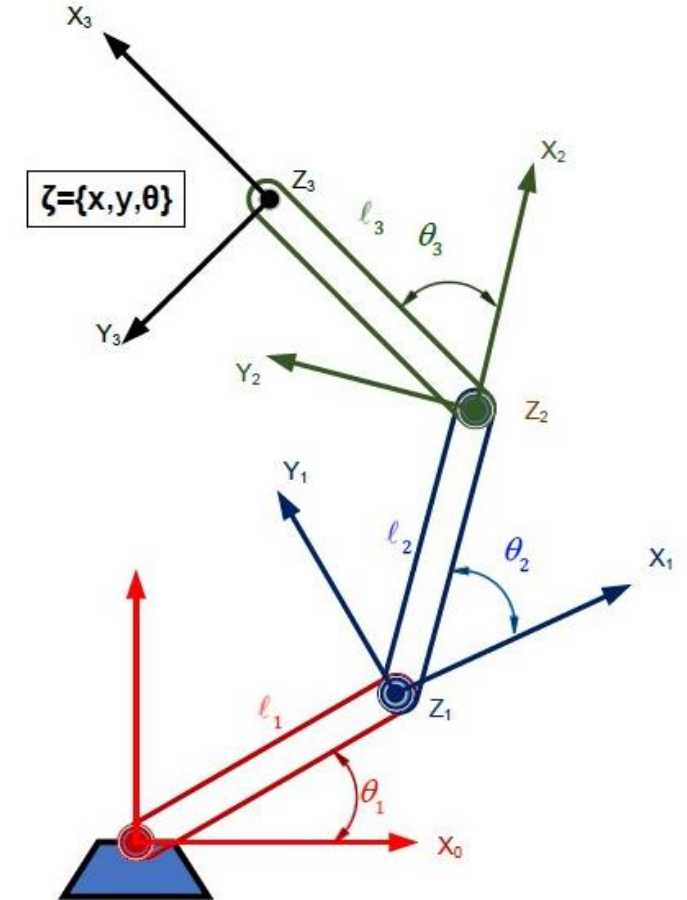
VARIABLES DE ESTADO

Se define $A_T q \in R(M.N) \times (3+M.N)$ como la matriz asociada a la cinemática.

$$A_T(q)\dot{q} = 0$$

Para solucionar el conjunto es conveniente seleccionar el conjunto de variables generalizadas que mejor convenga, para representar al sistema del sistema. Las velocidades del punto P expresadas en coordenadas respecto al sistema inercial: v_{xP} y v_{yP} así como la velocidad angular ω_p , del efector final, en este caso describiendo los parámetros para un manipulador plano de 3GDL.

$$\dot{q}_p = [S_{tn}][\eta]$$



$$\dot{q}_p = (\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{\theta}_p, \dot{q}_{1,1}, \dot{q}_{1,2}, \dots, \dot{q}_{n,m})$$

Sistema en Variables de Estado

El sistema de ecuaciones es ordenado de manera matricial de tal forma que se obtiene una matriz de tres columnas por seis filas la cual contiene la información para el mapeo de las velocidades. La matriz del sistema en variables de estado del manipulador *RRR* es:

$$\dot{q}_p = [S_{tn}][\eta]$$

$$S_{t1RRR} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{C_{12} \cdot C_{SC2}}{\ell_1} \\ C_{SC2} \left(-\frac{C_{12}}{\ell_1} - \frac{C_1}{\ell_2} \right) \\ \frac{C_1 \cdot C_{SC2}}{\ell_2} \end{bmatrix} \quad S_{t2RRR} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ \frac{C_{SC2} \cdot S_{12}}{\ell_1} \\ C_{SC2} \left(-\frac{S_{12}}{\ell_1} - \frac{S_1}{\ell_2} \right) \\ \frac{C_{SC2} \cdot S_1}{\ell_2} \end{bmatrix} \quad S_{t3RRR} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{C_{SC2} \cdot S_3 \ell_3}{\ell_1} \\ -\frac{C_{SC2} (S_{12} \ell_1 + S_3 \ell_2) \ell_3}{\ell_1 \ell_2} \\ 1 + \frac{C_{SC2} \cdot S_{12} \ell_3}{\ell_2} \end{bmatrix}$$

Modelo Matemático de la Cinemática Diferencial

Es la ecuación que describe al modelo matemático de la cinemática diferencial del manipulador RRR . La cual se utiliza para realizar la simulación.

$$\dot{q}_p = (\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{\theta}_p, \dot{q}_{1,1}, \dot{q}_{1,2}, \dots, \dot{q}_{n,m})$$

$$\dot{q}_{pRRR} = [St1RRR \ St2RRR \ St3RRR] \cdot [\eta_{RRR}]$$

Donde:

$$\eta_{RRR} = [Vx \ Vy \ \omega z]^T$$

Simulación del Manipulador *RRR* y *RPR*

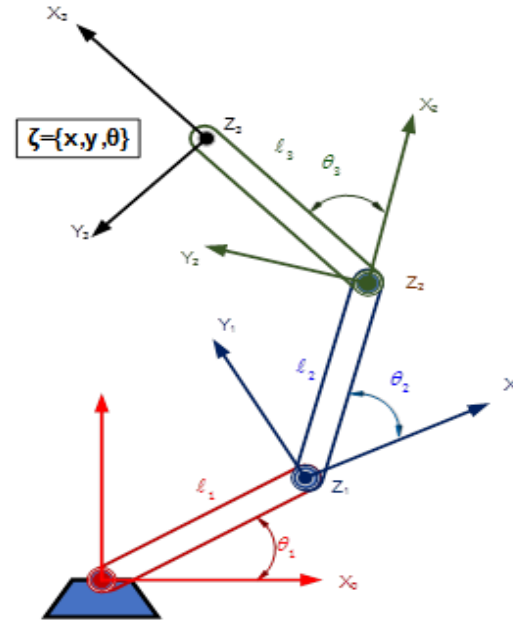
El modelo matemático de la cinemática diferencial describe la velocidad lineal del efector final en función de las variables articulares, así como la velocidad angular de este Ecuación.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{y}_p \\ \dot{\theta}_p \\ \dot{q}_{1,1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ S_{t1,1} & \dots & S_{t1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{tn,1} & \dots & S_{tn,m} \end{bmatrix} \cdot [\eta_{m,1}]$$

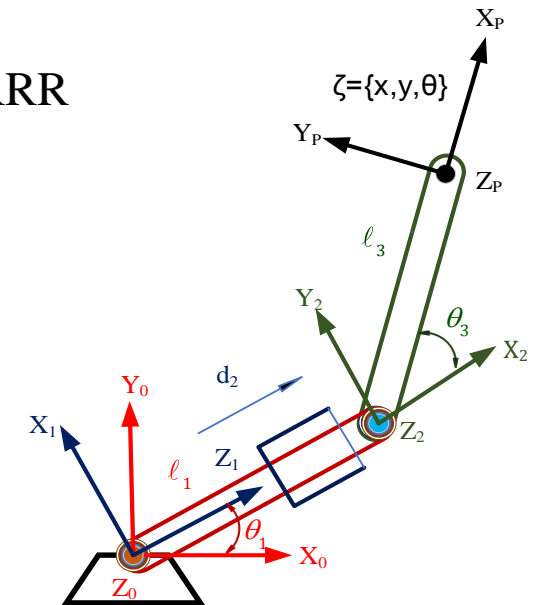
La Ecuación es una forma general de la matriz de variables de estado, esta matriz puede variar, es decir puede ser diferente aunque el manipulador sea el mismo, esto se debe a la configuración de la cinemática diferencial.

Simulación del Manipulador *RRR* y *RPR*

La simulación se llevó a cabo utilizando diferentes parámetros de entrada en el manipulador generando así diferentes patrones de movimiento o trayectorias a seguir, se utilizaron velocidades senoidales, constantes y variaciones dentro de estas, las pruebas en proporcionaron que el comportamiento del extremo del robot coincidía con la trayectoria generada, esto valida los modelos diferenciales obtenidos.



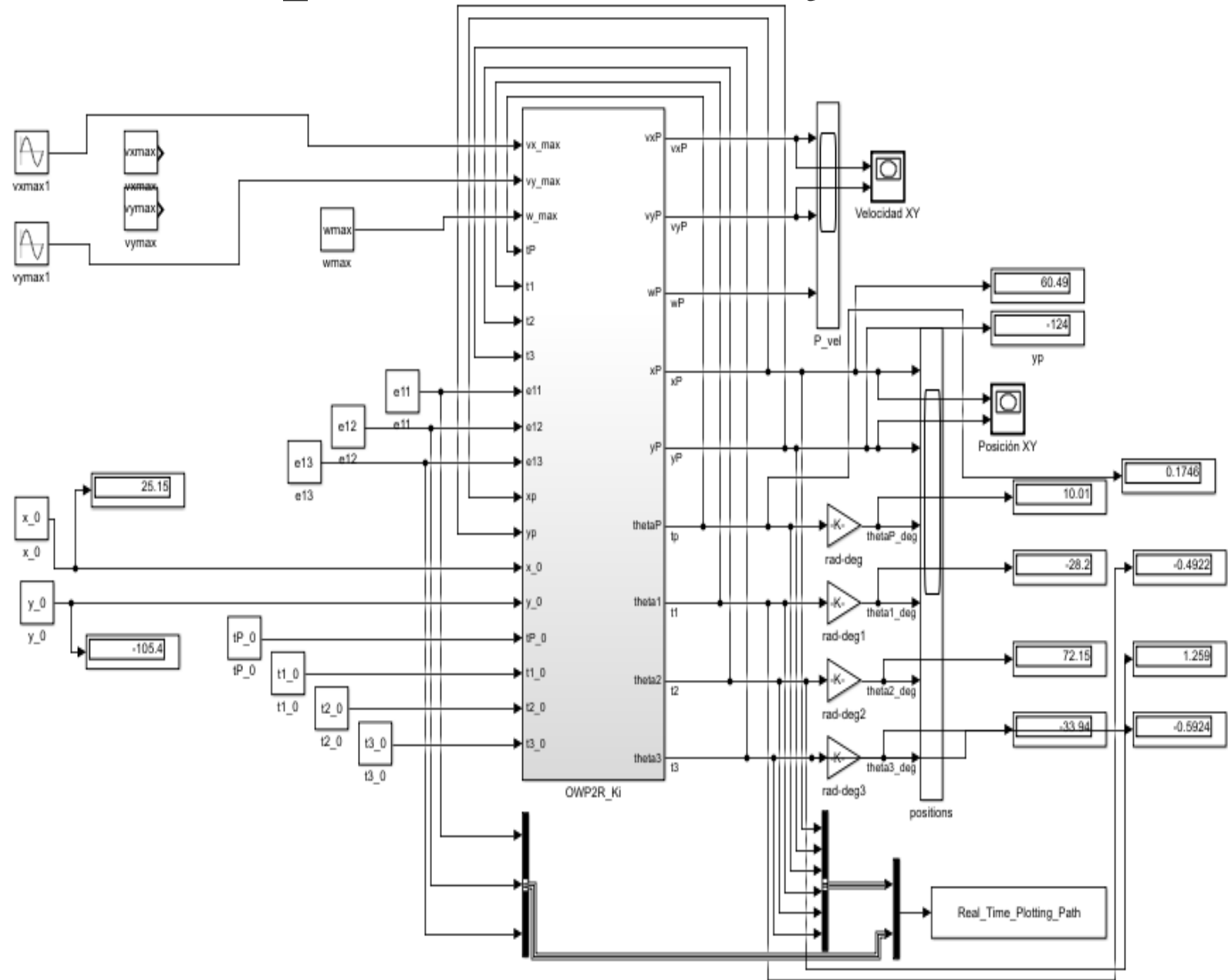
Postura del manipulador RRR



Postura del manipulador *RPR*

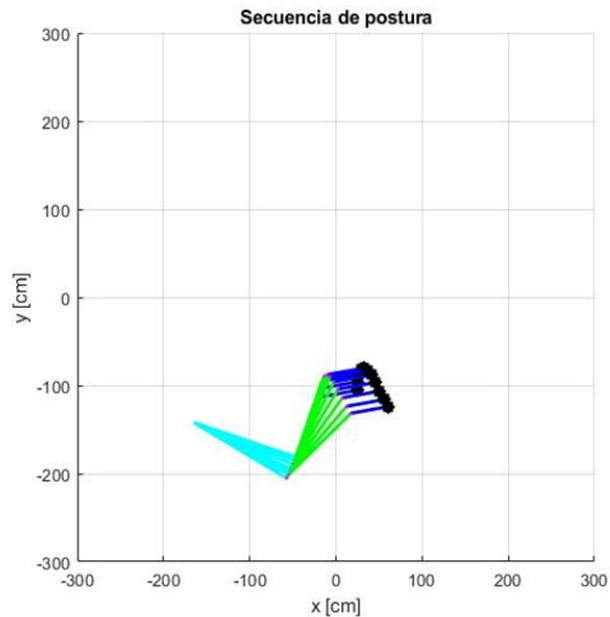
Simulación del Manipulador RRR y RPR

Una vez obtenidas las matrices del sistema de la cinemática diferencial de los manipuladores, se realizan simulaciones buscando comprobar los modelos matemáticos, y si los resultados son coherentes, y que cada manipulador responde de la manera esperada. Las simulaciones comparan los resultados de manera ideal y los resultados de la implementación.

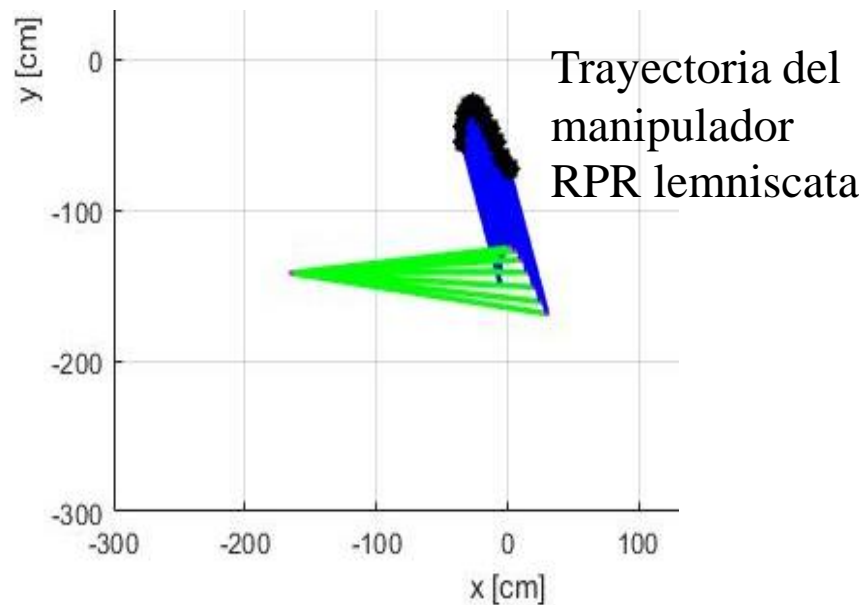


Simulación Manipulador RPR

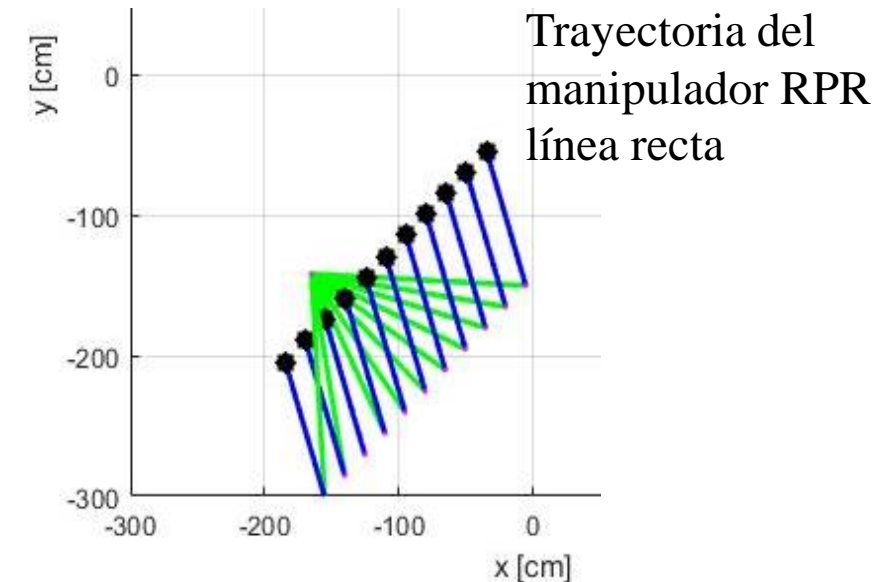
Simulación del manipulador RRR



El efector final del manipulador coincide con los puntos de la trayectoria, esto quiere decir que el modelo diferencial es válido, así como la matriz del sistema.



En la segunda prueba los parámetros de entrada son reemplazados para obtener una velocidad constante en la parte lineal pero la velocidad angular es establecida como nula,



Los resultados obtenidos son satisfactorios, el modelo diferencial converge, el jacobiano, proporciona una matriz de velocidades angulares la cual debe ser asimétrica, esto permite visualizar si hay algún error en la matriz.

Conclusiones

Se presenta el modelo cinemático diferencial con un enfoque diferente al que se presenta en la literatura, que se obtiene a partir de la cinemática de posición mediante técnicas de diferenciación y con ayuda de la matriz asimétrica se obtiene la información que forma parte de la matriz jacobiana, la cual permite conocer las velocidades de las variables articulares en función de la velocidad lineal y angular en el efector final y viceversa en una matriz en variables de estado.

Se validó el modelo matemático de la cinemática diferencial por medio de la simulación de dos manipuladores seriales del tipo RRR y RPR.

Se realizó la simulación de los manipuladores validando el modelo matemático diferencial

A través de la validación de la cinemática diferencial de cadenas seriales simples será posible aplicar el procedimiento a robots manipuladores complejos, como el caso de los robots manipuladores seriales redundantes, paralelos e híbridos.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)